EXERCICE 1

1. Combien y a-t-il de possibilités pour la première position ?

Réponse : Il y a trois possibilités (A, B et C)

2. Combien y a-t-il de possibilités pour les deux premières positions ? Donnez ces différentes possibilités. Quelle formule permet de calculer cela ?

Réponse :

Il y a 6 possibilités :

AB	BA	CA
AC	BC	CB

Il s'agit d'un arrangement de 3 (N) objets différents sur 2 (r) positions.

Nous avons donc :

$$A_N^r = \frac{N!}{(N-r)!} = \frac{3!}{(3-2)!} = 3! = 3 * 2 * 1 = 6$$

3. Combien y a-t-il de possibilités pour l'ensemble des trois étudiants ? Donnez ces différentes possibilités. Quelle formule permet de calculer cela ?

Réponse :

Il y a 6 possibilités :

ABC ACB BAC BCA CAB CBA

Il s'agit d'un arrangement de 3 (N) objets différents sur 3 (r) positions.

Nous avons donc :

$$A_N^r = \frac{N!}{(N-r)!} = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3*2*1}{1} = 6$$

Il ne reste plus qu'un élément possible pour la dernière position.
Faire un arrangement si N = r, revient à faire une simple permutation :

$P_n = N! \Leftrightarrow P_3 = 3! = 6$

4. Combien y a-t-il de possibilités pour le tirage au sort si le nombre d'élèves s'élève à 10 ?

Réponse : $P_n = N! \Leftrightarrow P_{10} = 10! = 3\,628\,800$

EXERCICE 2

1. Calculez le nombre de tierces possibles dans l'ordre et dans le désordre.

Réponse :
Dans l'ordre : $A_{14}^{3} = 2184$ Dans le désordre : $C_{14}^{3} = 364$

2. Quelle est la probabilité que les boules 1, 2 et 3 (dans l'ordre) soient tirées ?

Réponse :
$\frac{1}{2184}$

3. Calculez le nombre de quartes possibles dans l'ordre et dans le désordre.

Réponse :
Dans l'ordre : $A_{14}^{4} = 24\,024$ Dans le désordre : $C_{14}^{4} = 1001$

4. Quelle est la probabilité que les boules 1, 2, 3 et 4 (dans l'ordre) soient tirées ?

Réponse :
$\frac{1}{24\,024}$

5. Calculez le nombre de quintes possibles dans l'ordre et dans le désordre.

Réponse :
Dans l'ordre : $A_{14}^{5} = 240\,240$ Dans le désordre : $C_{14}^{5} = 2002$

6. Calculez le nombre de sixtes possibles dans l'ordre et dans le désordre.

Réponse :
Dans l'ordre : $A_{14}^{6} = 2\,162\,160$ Dans le désordre : $C_{14}^{6} = 3003$

EXERCICE 3

1. De combien de manières différentes peut-il répartir trois soirées d'étude sur la semaine ?

> Réponse :
>
> Nombre de sous-ensembles de taille 3 que l'on peut extraire dans l'ensemble de 7 jours de la semaine. Donc : c'est une combinaison, sans répétition avec ordre non pertinent.
>
> Nous avons donc r = 3 et N = 7
>
> $$C_N^r = C_7^3 = \frac{N!}{(N-r)!r!} = \frac{7*6*5*4*3*2*1}{(4*3*2*1)*(3*2*1)} = \frac{7*6*5}{3*2*1} = 35$$

2. Sachant que l'étudiant choisit de déterminer aléatoirement la répartition de ses trois jours d'étude quelle est la probabilité qu'il étudie lundi, mardi et mercredi.

> Réponse :
>
> Au point 1, nous avons déterminé le nombre de sous-ensembles de taille 3 que l'on peut extraire dans l'ensemble de 7 jours de la semaine et nous avions donc pour r = 3 et N = 7 :
>
> $$C_N^r = C_7^3 = \frac{N!}{(N-r)!r!} = \frac{7*6*5*4*3*2*1}{(4*3*2*1)*(3*2*1)} = \frac{7*6*5}{3*2*1} = 35 \text{ et } \frac{1}{35} = .029$$
>
> Il y avait donc 35 combinaisons possibles, ce qui nous donne une chance sur 35 de tomber sur la combinaison « lundi-mardi-mercredi ».

3. Sachant que l'étudiant choisit de déterminer aléatoirement la répartition de ses trois jours d'étude, sans tenir compte de ses autres activités, quelle est la probabilité qu'il étudie lundi, mardi et mercredi ou lundi, mardi et jeudi. ?

> Réponse :
>
> $$\frac{1}{35} + \frac{1}{35} = \frac{2}{35} = .057$$

EXERCICE 4

$$C_{2n}^{1}+C_{2n}^{2}+C_{2n}^{3}-387n=0$$

$$2n+C_{2n+1}^{3}=387n$$

$$C_{2n+1}^{3}=385n$$

$$\frac{(2n+1)!}{(2n+1-3)!3!}=385n$$

$$\frac{(2n+1)!}{(2n-2)!}=2310n$$

$$(2n-1).2n.(2n+1)=2310n$$

$$4n^{2}=1156$$

$$n=17$$

EXERCICE 5

$a)$ Le nombre total de possiblités est de $2^5=32$

Construisons le tableau :

F	G	C_n^p
5	0	1
4	1	5
3	2	10
2	3	10
1	4	5
0	5	1

La possibilité 2G + 3F correspond à 10 cas.

La probabilité est donc de : $\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$

b) La possibilité au moins 1G et au moins 2 F correspond à la somme des lignes 2, 3 et 4 du tableau : $\rightarrow$ $5+10+10=25$

La probabilité est donc de : $\frac{25}{32}$