Exercice 1

score	A	B	score
		15	*10*
		13	*10*
5	12		
		10	*9*
4	9		
3,5	8	8	*7,5*
		7	*7*
		7	*7*
1	6		
1	6		
1	5		
0,5	1	1	*4 × 0,5 = 2*
0,5	1		
0,5	1		
0,5	1		
17,5			***52,5***

La valeur seuil pour $\alpha = 0{,}05$ et une taille d'échantillon A = 8 avec une différence $n_A - n_B = 2$ est de **29**, et elle est de **21** pour $\alpha = 0{,}01$. Du fait que 17,5 est **inférieur** à 21, le test est significatif au risque $\alpha = 0{,}01$. On peut donc rejeter au risque $\alpha = 0{,}01$ l'hypothèse Ho selon laquelle la longévité de cette espèce d'animal est la même dans les deux types de zoos comparés. On conclurait éventuellement dans un rapport :" la longévité moyenne de l'espèce X est significativement plus faible dans les zoos de type A, (U de Mann et Whitney, $\boldsymbol{n_A = 10}$, $n_B = 8$, U = 17,5; $P < 0{,}01$). En réalité, dans ce genre d'études, il est particulièrement délicat de conclure sur la cause réelle de la différence observée tant il est impossible de standardiser des "objets" tels que des zoos, qui ont forcément des localisations géographiques, des équipes soignantes, des directeurs différents etc. Par ailleurs, rien ne dit que les mères soient de la même origine pour chaque type de zoo. Bref, cet exemple totalement artificiel visait simplement à montrer un cas pour lequel il est difficile d'avoir un grand échantillon (naissances rares) et dans lequel la variable étudiée (longévité) est largement éloignée de la loi normale (test t de Student peu pertinent).

Exercice 2

$Uo = (22 \times 12) / 2 = 132$
$\sigma^2_U = 22 \times 12 \times (22 + 12) / 12 = 748$
$U_{min} = 38,5$ (et $U_{max} = 225,5$). Remarquez que $|U_{min} - Uo| = |U_{max} - Uo| = 93,5$ — il est donc indifférent d'utiliser U_{max} ou U_{min} dans le calcul de la variable Z. Juste pour éviter un signe négatif, j'utiliserai U_{max}

$$Z = (225,5 - 132)/\sqrt{748} = \mathbf{3,41}$$

D'après la table de la loi normale, on est au delà de la valeur seuil pour $\alpha = 0,001$ (qui est de 3,29). On conclurait éventuellement dans un rapport :" La longévité moyenne de l'espèce X est significativement plus faible dans les zoos de type A, ($Z = 3,41$; $P < 0,001$)". Tout ce qui a été dit sur les problèmes méthodologiques de ce type d'étude (comment garantir que les deux groupes de zoos diffèrent *uniquement* par le facteur "type d'élevage de l'espèce X" ?) reste valable, et la plus grande prudence reste à l'ordre du jour.

Exercice 3

On a dosé la teneur en calcium de trois types d'eau issus d'origines géographiques différentes. Chacun d'eux a fait l'objet de quatre prélèvements, dont les résultats sont exprimés ici en mg/l.

Eau 1 : 18 ; 20 ; 22 ; 25 ,
Eau 2 : 15 ; 16 ; 17 ; 21 ,
Eau 3 : 15 ; 20 ; 21 ; 25 .

L'origine géographique de ces eaux a-t-elle une influence significative sur leur teneur en calcium ?

Rang	1	2	3
11,5	25		25
10	22		
8,5		21	21
--6,5	20		20
5	18		
4		17	
3		16	
1,5		15	15
Somme Rangs	33	17	28

$R = (12+1)/2 = 6,5$

$Ra = 33/4 = 8,25$
$Rb = 17/4 = 4,25$
$Rc = 28/4 = 7,0$

$H = [4 * (8,25-6,5)^2 + 4 * (4,25-6,5)^2 + 4 * (7,0-6,5)] / 13$
$H = [12,25 + 20,25 + 1,00]/13$
$H = 33,5/13$
$H = 2,57$

Pou 2 ddl, le chi2 théorique est égal à 5,99
On ne peut pas rejeter H0 à 5% de risque.

Exercice 4

H0 : Pas de différences significatives d'activités enzymatiques antre les échantillons
H1 : Il y a une différence significative d'activités enzymatiques

Calcul des rangs moyens :

R1 = (23.5+19+21.5*2+17+15.5)/6	= 19.67
R2 = (23.5+20+18+7.5+15.5+12.5)/6	= 16.17
R3 = (7.5+9+14+11+6+4)/6	= 08.58
R4 = (1.5*2 + 5+3+10+12.5)/6	= 05.58

Rang moyen théorique = (24+1)/2 = 12.5

H = 15.4

Au risque 5% et à 3ddl, la valeur théorique du Chi2 est 7.815.
H > Fth, donc on rejette H0.
Il y a donc une différence significative d'activités enzymatiques entre les échantillons.