EXERCICE 1

Supposons que l'on étudie la longueur totale du corps d'une espèce de grenouilles arboricoles (variable dépendante) que l'on échantillonne dans 4 réserves naturelles différentes (variable indépendante).

Un échantillonnage réalisé pendant une semaine donne les résultats suivants :

Espèces	A	B	C	D
	6	8	7	4
	3	8	4	3
	7	5	8	6
	5	6	6	3
	4	7	5	
		6	9	
		2		

Supposons que nous ayons vérifié les hypothèses de normalité et d'homogénéité des variances pour les 4 classes.

a. Quelles sont les hypothèses ?
b. Donnez la table de calcul de l'analyse de variance ?
c. Donnez le tableau de synthèse de l'analyse de variance ?
d. Calculez la statistique de décision.
e. Concluez.

On donne
F (3, 18,0.05) = 3,16 et F (3, 18, 0.01) = 5,09

EXERCICE 2

Pendant une classe nature, trois méthodes pédagogiques de reconnaissance de plantes sont utilisées sur trois groupes d'enfants de même niveau initial.

Après l'enseignement, les performances sont les suivantes :

Enseignement	Effectif	Total	Moyenne
livresque	18	198	11
audiovisuel	20	240	12
ordinateur	22	308	14

Supposons que nous ayons vérifié les hypothèses de normalité et d'homogénéité des variances pour les 3 enseignements.
Sachant que la somme des x^2 est égale à 9967, peut-on apporter la preuve d'une différence d'efficacité entre ces trois méthodes à p = 0,01 ?

On donne
F (2, 57,0.01) = 5,18

EXERCICE 3

Dans un centre d'accueil pour animaux blessés, on utilise des exercices de remise en forme qui permettent aux animaux de reprendre du poids avant d'être relâcheé dans la forêt. Depuis 15 ans, 4 types d'exercices ont été successivement utilisés. On souhaite étudier l'influence de ces 4 types d'exercice de remise en forme sur la prise de poids du tapir après 6 mois.

Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4
7	15	12	1
12	21	14	4
5	13	8	3
8	12	11	7
12	9	10	8
6	12	12	5
5	13	14	4
21	15	12	12
12	12	13	8
8	16	15	9
10	17	9	11
9	14	10	9
4	14	15	12
6	17	16	10
3	17	12	8
4	18	9	11
6	20	8	9
4	21	17	8

Supposons que nous ayons vérifié les hypothèses de normalité et d'homogénéité des variances pour les 4 groupes d'animaux.

a. Quelles sont les hypothèses ?
b. Quelle est la variable dépendante ?
c. Quel est le facteur ?
d. Calculez la table d'analyse de variance et la statistique de décision F.
e. Quelles sont vos conclusions ?

On donne à 5 %
$F_{critique} = F(3; 68) = 2,74$

Analyse de variance

Synthèse

Objectif de l'analyse de variance : Tester **l'effet d'un facteur A** (variable quantitative contrôlé ou qualitative) avec p modalités **sur une variable aléatoire Y** avec n_i, nombre de répétitions de y_{ij} pour chaque modalité i de A.

Hypothèse : Pas d'effet du facteur A — Effet du facteur A en moyenne

$H_0 : \mu_1 = \ldots = \mu_i = .. = \mu_p = \mu$ — $H_1 : \exists\ \mu_i \neq \mu_j$

Modèle : $y_{ij} = \mu + e_{ij}$ — $y_{ij} = \mu + a_i + e_{ij}$ avec les résidus $e_{ij} \rightarrow \mathcal{N}(0, \sigma)$

Conditions d'application :

Indépendance des p distributions
Normalité de la variable étudiée
Homoscédasticité des p distributions

Décomposition de la variation totale :

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij}-\bar{y}\right)^2}_{SCE_{totale}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{p} n_i\left(\bar{y}_i-\bar{y}\right)^2}_{SCE_{inter}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij}-\bar{y}_i\right)^2}_{SCE_{intra}}$$

Rapport de corrélation : $\eta^2 = \dfrac{SCE_{inter}}{SCE_{totale}}$ compris entre 0 et 1.

Tableau de variation :

Sources de variation	Degrés de liberté	Somme des Carrés des Ecarts	Carré Moyen	Test de Fisher-Snédécor
Totale	N - 1	SCE_{TOT}		$F_{obs.} = \dfrac{CM_{inter}}{CM_{intra}}$
Facteur	p - 1	SCE_{inter}	$CM_{inter} = SCE_{inter} / (p-1)$	
Résiduelle	N - p	SCE_{intra}	$CM_{intra} = SCE_{intra} / (N-p)$	

F_{obs} comparée à F_{seuil} pour p-1 et N - p degrés de liberté et le risque α.

Formules développées :

$$SCE_{TOT} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij}-\bar{y}\right)^2 = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \frac{T^2}{N}$$ avec $T = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$ et $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

$$SCE_{inter} = \sum_{i=1}^{p} n_i\left(\bar{y}_i-\bar{y}\right)^2 = \sum_{i=1}^{p}\frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T^2}{N}$$ avec $T_i = \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$

$$SCE_{intra} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij}-\bar{y}_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \sum_{i=1}^{p}\frac{T_i^2}{n_i}$$ ou $SCE_{intra} = SCE_{TOT} - SCE_{inter}$

RAPPELS